## 取後放回之抽樣方法的估計方式

在單群落的情況下，假設在目標區域實際存在種物種，且實際存在之物種數為一未知參數。且抽樣單位式從目標區域中針對其中的抽樣區塊進行隨機抽樣，並記錄每個區塊中的物種存在與否。若是該樣本包含個抽樣區塊，並且 表示第物種在樣本中出現的區塊數量。則遵循參數為且檢驗機率為的二項分佈 (binomial distribution) 。在此，除了取決於群落規模外，也與其他多種的生物因素相關。

Chiu (2022) 為了評估物種檢測概率的異質性，應用生態學研究中廣泛使用的混合二項式模型。假設 遵循二項分佈，其中，，是機率密度函數為獨立同分佈的隨機變數。並假設服從 ，獲得以下樣本之物種出現頻率的邊際分佈如下：

又令表示在個區塊中準確觀測到的物種數，為在單群落樣本中出現次的區塊數。並根據柯西-施瓦茨不等式 (Cauchy-Schwarz inequality) 之概念與Good-Turing頻率公式 (Good, 1953, 2000) 的出近似式：。該近似式表示，稀有物種可以為未被觀測到的物種豐富度提供更多的估計資訊。

根據樣本中物種出現頻率的邊際機率分佈，可以表示為：

依據上述式子，可獲得為觀測以及出現一次至三次的物種豐富度期望值：

並依據上述概念，將其推廣至兩群落。為兩樣本的物種豐富度正好分別為和的平均機率。則：

又令表示在第一群落個區塊且在第二群落個區塊數中準確觀測到的物種數。則樣本中觀測到的共同物種數為。

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

並將 設定為1，且。可成立以下近似值：

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

經化簡 求得。又化簡 之後，可得。隨後，依據不等式 = ，故將作為帶入 ，最終可獲得：

表示：若時，則；若時，則。

同理，可經由上述相同方式推導出：

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

並加入對估計式進行修正，最終得估計式

其中：

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

且表示：若時，則；若時，則。